

Minimalizácia logickej funkcie využitím Booleovej algebry a pomocou Karnaughovej mapy :)

Zložité [logické funkcie](#) je možné minimalizovať – zjednodušiť niekoľkými metódami. Napríklad:

- využitím [Booleovej algebry](#),
- pomocou [Karnaughovej mapy](#).

Minimalizácia logickej funkcie použitím základných pravidiel Booleovej algebry.

Napríklad logickú funkciu:

$$Y = \overline{A}\overline{B}\overline{C}D + \overline{A}B\overline{C}D + A\overline{B}\overline{C}D + ABCD + A\overline{B}C\overline{D} + A\overline{B}C\overline{D}$$

s použitím pravidiel Booleovej algebry môžeme zapísať ako:

$$Y = \overline{C}D (\overline{A}\overline{B} + \overline{A}B + AB + A\overline{B}) + ABCD + A\overline{B}C\overline{D}$$

pričom podľa pravidiel Booleovej algebry platí pre:

$$\begin{aligned}\overline{A}\overline{B} + \overline{A}B &= \overline{A}(\overline{B} + B) = \overline{A} \\ AB + A\overline{B} &= A(B + \overline{B}) = A \\ \overline{A} + A &= 1\end{aligned}$$

môžeme napísať:

$$Y = \overline{C}D + ABCD + A\overline{B}C\overline{D}$$

$$Y = \overline{C}D + ABC(D + \overline{D})$$

kde pre:

$$D + \overline{D} = 1$$

potom môžeme napísať:

$$Y = \overline{C}D + ABC$$

Ako je z uvedeného príkladu vidieť, minimalizáciou logickej funkcie je možné výrazne zjednodušiť i na pohľad veľmi zložitý logický výraz. Minimalizácia logickej funkcie výrazne ušetrí logické hradlá pre jej realizáciu.

Pri získaní riešenia touto metódou nemusí ísť vždy o minimálne riešenie logickej funkcie. Každá logická funkcia si vyžaduje osobitný prístup a hľadania inej metódy pre jej vyriešenie. Výsledok zjednodušenia závisí taktiež od skúseností a schopností riešiteľa.

Minimalizácia logickej funkcie pomocou Karnaughovej mapy

Aby sme získali minimálnu funkciu pomocou Karnaughovej mapy musíme použiť a rešpektovať nasledovné pravidlá:

1. Skupiny susedných štvorcov, ktoré obsahujú jednotky sú označené v Karnaughovej mape nasledovným spôsobom:

- všetky jednotky zoskupíme do skupín,
- skupina musí obsahovať 2^n štvorcov (1, 2, 4, 8, 16...),
- skupina musí mať tvar štvorca alebo obdĺžnika,
- vytvárame čo najväčšie skupiny,
- jeden štvorec môže byť zahrnutý do niekoľkých skupín,
- krajné stĺpce a krajné riadky sú si susedné.

2. Počet štvorcov v každej skupine je párne číslo okrem prípadu, keď skupina obsahuje jeden štvorec a premenné sa budú nachádzať vo všetkých štvorcoch s rovnakou hodnotou (buď 0 alebo 1) alebo s hodnotou 1 v jednej polovici a 0 v druhej polovici.

3. Každá skupina vytvorí zjednodušený člen, ktorého premenné nie sú predmetom zmeny pri kombinácii štvorcov v skupine.

4. Premenné sú v člene spojené operáciou logického súčinu AND.

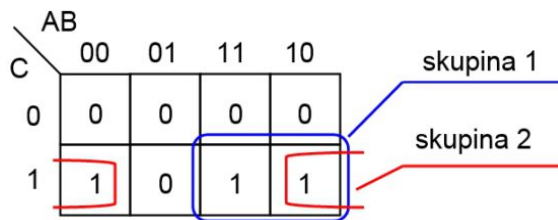
5. Medzi členmi reprezentujúcimi skupiny je operácia logického súčtu OR.

Príklady Karnaughovej mapy pre logické funkcie:

Príklad 1:

$$Y = \bar{A}\bar{B}C + A\bar{B}C + ABC$$

Karnaughová mapa s označením skupín:



Skupiny boli označené podľa horeuvedených pravidiel 1 a 2. Podľa pravidla, že každá skupina vytvorí zjednodušený člen, ktorého premenné nie sú predmetom zmeny pri kombinácií štvorcov v skupine a premenné sú v člene spojené operáciou logického súčinu môžeme pre prvú skupinu napísať zjednodušený člen

$$AC$$

(premenná A je nad modrou oblasťou iba v stave 1, čiže ostáva ako A, premenná B je nad modrou oblasťou aj v stave 1 aj v stave 0, čiže vypadáva, premenná C je v modrej oblasti iba v stave 1, čiže ostáva ako C).

Podobne pre druhú skupinu napísať zjednodušený člen

$$\bar{B}C$$

(premenná A je nad červenou oblasťou aj v stave 1 aj v stave 0, čiže vypadáva, premenná B je nad červenou oblasťou iba v stave 0, čiže ostáva ako negovaná, premenná C je v červenej oblasti iba v stave 1, čiže ostáva ako C)

Podľa pravidla, že medzi členmi reprezentujúcimi skupiny je operácia logického súčtu je možné tieto dva členy spojiť logickou operáciou OR a pre minimalizovanú funkciu napísať:

$$Y = AC + \bar{B}C$$

Táto logická funkcia je minimalizovaná čo sa týka členov, ale nie je minimalizovaná čo sa týka realizácie pomocou hradiel. Môže byť ďalej zjednodušená pomocou distributívneho zákona do tvaru:

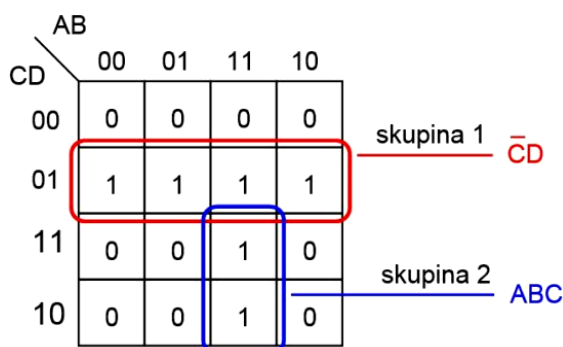
$$Y = C(A + \bar{B})$$

Pre jej realizáciu pomocou hradiel by sme potrebovali jeden negátor, jedno dvojjstupové hradlo OR a jedno dvojjstupové hradlo AND.

Príklad 2:

$$Y = \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}B\bar{C}D + A\bar{B}\bar{C}D + ABCD + ABC\bar{D} + A\bar{B}C\bar{D}$$

Karnaughová mapa logickej funkcie:



Výsledok minimalizácie:

$$Y = \bar{C}D + ABC$$

Príklad 3:

$$Y = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}C\bar{D} + ABCD + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}BC\bar{D}$$

Karnaughová mapa logickej funkcie:

		AB				
		00	01	11	10	
CD	00	1	1	0	1	skupina 1
	01	0	0	0	1	
	11	0	0	1	0	skupina 2
	10	1	1	0	0	skupina 3

Výsledok minimalizácie:

$$Y = A\bar{B}C + ABCD + \bar{A}\bar{D}$$

Príklad 4:

		AB				
		00	01	11	10	
CD	00	1	0	1	1	skupina 1
	01	0	0	1	1	
	11	0	0	1	1	
	10	1	0	1	1	skupina 2

$$Y = A + \bar{B}\bar{D}$$

Z príkladov je zrejmé, že čím väčšiu skupinu jednotiek v Karnaughovej mape je možné označiť do skupiny, tým viac členov logickej funkcie vypadne.



[Aplikácia zákonov a pravidiel Booleovej algebry pri zjednodušení logickej funkcie](#)

Zdroje

Prevzaté a upravené z:

- <http://www.zarsoft.sk/2018/10/12/karnaughova-mapa/>.